 ©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Rationelle Verwerthung nicht steuerbarer Winkelunterschiede bei Kursbestimmungen zur See.

Von **F. Zehden,**
Capitän der Donau-Dampfschiffahrtsgesellschaft in Turn-Severin.

(Vorgelegt in der Sitzung am 23. April 1885.)

Es kommt in See oft vor, dass bei Kursbestimmungen Winkel gefunden werden, welche über den Kompass nicht zu steuern sind, weil sie zwischen zwei Viertelstriche fallen. Dies bezieht sich entweder auf berechnete wahre, oder den Karten entnommene magnetische Kurse, wie es auch zustösst, dass die Verbesserung um den Betrag der Local-Attraction der Magnetnadel, oder des Einflusses einer Meeresströmung solche Resultate liefert. In diesen Fällen ist man daher genöthigt, den annehmbareren der beiden zunächst liegenden Viertelstriche zu steuern, mithin das Ziel der Fahrt in Bezug auf dessen geographische Breite entweder zu weit nach Nord, oder zu weit nach Süd anzulaufen, also bewusster Weise einen nicht übereinstimmenden Kurs zu verfolgen, nachdem auch das Steuern über den Achtelstrich nicht genügt und sich nicht empfiehlt.

Wenn die zu durchsegelnde Distanz klein ist, fallen solche Differenzen nicht weiter in Betracht, aber bei grosser Distanz des Abfahrtsortes vom Bestimmungsorte ist die durch diesen Fehler hervorgerufene Divergenz der Kurslinien nicht mehr zu vernachlässigen, und gibt vor Beendigung der Reise meistens zu sehr unsicheren und ob der Nähe der Küste oft Gefahr bringenden Kurswechselungen und Verlusten an Zeit und Weg Anlass, besonders dann, wenn während der letzten Tage keine astronomischen Ortsbestimmungen gelungen sind.

Bei eingehenderer Betrachtung dieses Umstandes ist aber zu bemerken, dass es sich hiebei eigentlich weniger um einen ungenauen Kurs, als um einen ungünstigen

Abfahrtspunkt handelt; denn denkt man sich die zu steuernde Kurslinie parallel zu sich selbst so lange verschoben, bis sie mit dem Ankunftspunkte übereinfällt, und trachtete man sodann irgend einen Ort in dieser neu gelagerten Linie zu erreichen, um ihn als Abfahrtspunkt zu benützen, so würde hiedurch dem Übelstande abgeholfen sein.

In Verfolgung dieses Problemes hätte man also zur Erreichung des Ankunftspunktes zwei Kurse zu steuern, deren erster, ein Hilfskurs, erst aufzufinden wäre, während der zweite bereits bestimmt ist, oder besser ausgedrückt, man müsste auf Grundlage von Principien, welche eine arithmetische Lösung zulassen, den Abfahrtspunkt entsprechend verändern.

Es ist vorhin erwähnt worden, dass alle Punkte der parallel zu sich selbst verschobenen Kurslinie diesen verbesserten Abfahrtspunkt vorstellen können, da man von ihnen aus über den Viertelstrich den Ankunftspunkt erreichen kann. Die nothwendige Anforderung, der Aufgabe eine arithmetische Lösung zugänglich zu machen, schliesst aber die directe Rechnung der geographischen Coordinaten dieser Punkte aus, da man als Argumente, nebst den geographischen Coordinaten des ursprünglichen Abfahrtsortes, nur entweder einen gegen den Bestimmungsort gerichteten, beliebigen Kurs, oder eine kleinere Distanz, als die Entfernung des Abfahrtsortes vom Bestimmungsorte beträgt, einführen kann. Denn unter Voraussetzung der bekannten geographischen Coordinaten zweier Punkte der Erdoberfläche, deren Distanz und der Richtung der durch sie gelegten kürzesten loxodromen Linie gegen den Meridian des einen der beiden Orte in Bezug auf eine Merkator'sche Projection, erfordern die aus den mathematischen Eigenschaften einer loxodromen Linie abgeleiteten Gleichungen wenigstens die Kenntniss von vieren dieser Argumente, um die anderen beiden bestimmen zu können.

Sind nämlich φ λ und φ, λ, die geographischen Breiten und Längen der beiden Orte, ε der Neigungswinkel einer durch sie gelegten loxodromen Linie gegen den Meridian eines der beiden Orte und d ihre über diese Linie gemessene Distanz auf eine Merkator'sche Projection bezogen, so ist, wenn $\Delta\omega$ den Unterschied der wachsenden Breiten vorstellt,

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

$$\Delta\varphi = d\cos\varepsilon \text{ und}$$
$$\Delta\lambda = \Delta\omega \operatorname{tg}\varepsilon.$$

Die Kenntniss von ε oder d allein reicht also zur Bestimmung von φ, und λ,, welches die geographischen Coordinaten des verbesserten Abfahrtspunktes sein sollen, nicht aus.

Eine nicht wesentliche Complication der Rechnung ermöglicht es aber, in der noch nicht verschobenen Kurslinie einen Punkt (φ_n λ_n) feststellen zu können, welcher mit dem verbesserten Abfahrtspunkte in Bezug der beabsichtigten Erreichung des Bestimmungsortes ($\varphi_{,,}$ $\lambda_{,,}$) in einer analogen Relation steht, sobald dieser Punkt die vierte Ecke eines zwischen den verschobenen Kurslinien, dem ursprünglichen und verbesserten Abfahrtspunkte (φ λ und φ, λ,) und dem Bestimmungsorte bestehenden Parallelogrammes vorstellt. Denn seine Distanz vom Bestimmungsorte und der zwischen beiden einzuhaltende Kurs gelten als die zur Erreichung des verbesserten Abfahrtspunktes gesuchten Elemente, weil letztere die den ersteren gegenüberliegende Seite des gedachten Parallelogrammes bedeuten.

Nimmt man daher von φ und λ aus auf der noch nicht verschobenen Kurslinie, deren bekannte Richtung gegen den Meridian ε sei, eine Distanz d an, welche kleiner als die Distanz zwischen φ λ und $\varphi_{,,}$ $\lambda_{,,}$ sein müsste, so erhält man aus den Gleichungen:

$$\Delta\varphi = d\cos\varepsilon \text{ und}$$
$$\Delta\lambda = \Delta\omega \operatorname{tg}\varepsilon$$

φ_n und λ_n. Nunmehr rechnet man aus:

$$\operatorname{tg}\varepsilon, = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\omega} \text{ und}$$

$$d, = \frac{\Delta\varphi}{\cos\varepsilon,} \text{ den zwischen}$$

φ_n λ_n und $\varphi_{,,}$ $\lambda_{,,}$ bestehenden Kurs und deren Distanz $d_{,,}$ welche beiden Grössen man hierauf vom ursprünglichen Abfahrtsorte zur Erreichung des verbesserten benützen kann, so als ob man dieselben direct von Ersterem aus gerechnet hätte.

Beispiel: Ein Schiff soll von 36°5' Nordbreite und 32°4' Länge Ost von Ferro den Punkt 36°20' Nordbreite und 40°8' östlicher Länge erreichen. Durch Beobachtung eines Azimuthes der Sonne ist die örtliche Declination der Magnetnadel 14° West gefunden worden.

Zur Bestimmung des zwischen den beiden Orten einzuhaltenden wahren Kurses E und deren Distanz D sind daher die Angaben folgende:

$\varphi = 36°\ 5'$ N $\varphi_{,,} = 36°20'$ N

$\lambda = 32°\ 4'$ O v. F. $\lambda_{,,} = 40°\ 8'$ O v. F.

Mithin ist, weil

$$\operatorname{tg} E = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\omega} \text{ und}$$

$$D = \frac{\Delta\varphi}{\cos E} \text{ ist}$$

$\Delta\varphi = 0°15'$ $\Delta\lambda = 8°\ 4' = 484'$

Für 36° 5' ist die wachsende Breite $\omega = 2324{\cdot}2'$

36 20 „ $\omega_{,,} = 2342{\cdot}8'$

Für D: also $\Delta\omega = 18{\cdot}6'$

$\log \Delta\varphi = 1{\cdot}17609$ $\log \Delta\lambda = 2{\cdot}68485$

$\log \cos E = 8{\cdot}58419$ $\log \Delta\omega = 1{\cdot}26951$

$\log D = 2{\cdot}59190$ $\log \operatorname{tg} E = 1{\cdot}41534$

$D = 397{\cdot}5^{sm}$ $E = 87°\ 48'$

Wahrer Kurs $= N + 87°48'$

Declination der Magnetnadel $= (\mp)\ 14°$

Entsprechender magnetischer Kurs $= N + 101°48'$

„ $= S - 78°12'$

Local-Attraction der Magnetnadel $= (\pm)\ 2°$

Kompasskurs $= S - 80°12'$

Dieser Kurs fällt aber zwischen die steuerbaren Viertelstriche $O\,^3/_4\,S$ und $Oz\,S$.

$O^3{}_4 S = S - 81°34'$

$Oz\,S = S - 78\ 45.$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Die Differenz gegen ersteren Kurs beträgt 1°22' und gegen letzteren 1°27' Nachdem die geographische Position derartig ist, dass es wünschenswerther erscheint, Kap Matapan seewärts zu erreichen, hat man den Kurs OzS zu wählen, also den Kiel des Schiffes gegen den Meridian in einem Winkel zu erhalten, welcher um 1°27' mit dem durch Rechnung gefundenen wahren Kurse E differirt.

Diesem misslichen Umstande gegenüger läge nunmehr die Aufgabe vor, den Abfahrtspunkt entsprechend den Eingangs entwickelten Erläuterungen derart zu verändern, dass der gewählte Kompasskurs den Bestimmungsort genau vor den Bug des Schiffes bringe.

Hätte man daher diesen Vorgang angenommen, so kann man bezüglich der Wahl eines der beiden zunächst gelegenen Viertelstriche bei freier See alle maritimen Rücksichten bei Seite lassen, und stets den näher gelegenen benützen, da der Erfolg der Untersuchung der gleiche sein soll. Man würde daher in diesem Falle nicht OzS, sondern $O^3/_4S$ steuern.

Der dem Kompasskurse $O^3/_4S$ entsprechende wahre Kurs ist, von Nord aus gezählt, um 1°22' kleiner als E und beträgt mithin $N + 86°26'$. Dies ist die Kurslinie, welche man sich parallel zu sich selbst so lange verschoben zu denken hätte, bis sie mit dem Punkte $\varphi_{,,}\ \lambda_{,,}$ zusammenfällt. Auf dieser Linie hat man daher auch durch Annahme einer beliebigen Distanz d, wobei aber $d < D$ sein müsste, die geographischen Coordinaten des Punktes $\varphi_n\ \lambda_n$ zu rechnen.

Würde d etwa 250^{sm} angenommen, so erhielte man zur Bestimmung von $\varphi_n\ \lambda_n$, wenn ε den über dem näher gelegenen Viertelstriche gewählten Kurs und $\Delta\omega$ wieder den Unterschied der wachsenden Breiten von φ und φ_n vorstellt:

$$\Delta\varphi = d \cos \varepsilon$$
$$\Delta\lambda = \Delta\omega \operatorname{tg} \varepsilon$$

$d = 250^{sm}$

$$\varepsilon = 86°26'$$
$$\log d = 2{\cdot}39794$$
$$\log \cos \varepsilon = 8{\cdot}79386$$
$$\log \Delta\varphi = 1{\cdot}19180$$
$$\Delta\varphi = 15{\cdot}5'$$

Abfahrtsbreite

$$\varphi = 36°5' \qquad \omega = 2324{\cdot}2$$
$$\Delta\varphi = \underline{0\ 15{\cdot}5}$$
$$\varphi_n = \underline{\underline{36°20{\cdot}5}} \qquad \omega_n = \underline{2343{\cdot}4}$$
$$\Delta\omega = 19{\cdot}2$$
$$\log\Delta\omega = 1{\cdot}28330$$
$$\log \operatorname{tg}\varepsilon = \underline{1{\cdot}20530}$$
$$\log\Delta\lambda = 2{\cdot}48860$$
$$\Delta\lambda = 308{\cdot}2 = 5°8{\cdot}2'$$

Abfahrtslänge

$$\lambda = 32°4'$$
$$\Delta\lambda = \underline{5\ 8{\cdot}2}$$
$$\lambda_n = \underline{\underline{37°12{\cdot}2}}$$

Aus φ_n λ_n und $\varphi_{,,}$ $\lambda_{,,}$ kann man nunmehr nach den Gleichungen

$$\operatorname{tg}\varepsilon_{,} = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\omega} \text{ und}$$

$$d_{,} = \frac{\Delta\varphi}{\cos\varepsilon_{,}}$$

den zwischen diesen beiden Punkten bestehenden wahren Kurs $\varepsilon_{,}$ und deren Distanz $d_{,}$ ermitteln.

Es ist:

$$\lambda_n = 37°12{\cdot}2'$$
$$\lambda_{,,} = \underline{40\ \ 8{\cdot}0}$$
$$\Delta\lambda = 2\ 55{\cdot}8$$

$$\varphi_n = 36°20{\cdot}5 \qquad \omega_n = 2343{\cdot}4$$
$$\varphi_{,,} = \underline{36°20{\cdot}0} \qquad \omega_{,,} = \underline{2342{\cdot}8}$$
$$\Delta\varphi = 0\ \ 0{\cdot}5 \qquad \Delta\omega = 0{\cdot}6$$

$$\log\Delta\lambda = 2{\cdot}24502$$
$$\log\Delta\omega = \underline{0{\cdot}07781}$$
$$\log \operatorname{tg}\varepsilon_{,} = 2{\cdot}16721$$
$$\varepsilon_{,} = 89°36'$$

Da $\varphi_n > \varphi_{,,}$ muss dieser Winkel von Süd nach Ost gezählt werden, daher

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Wahrer Kurs	$= S - 89° \ 36'$
Declination der Magnetnadel	$= (\mp) \ 14°$
Magnetischer Kurs	$= S - 75° \ 36'$
Hiefür die Local-Attraction	$= (\pm) \ 3$
Kompasskurs	$= S - 78° \ 36'$
	$= \underline{\underline{O z S}}$

Für die Distanz d, erhält man:

$$\begin{aligned} \log \Delta\varphi &= 0 \cdot 06989 \\ \log \cos \varepsilon, &= 7 \cdot 84393 \\ \log d, &= 2 \cdot 22596 \\ d, &= \underline{\underline{168 \cdot 2^{sm}}} \end{aligned}$$

Es liefert mithin für das vorliegende Beispiel die Rechnung das Resultat, dass man vom ursprünglichen Abfahrtsorte zuerst im Kompasskurse $O z S$ $168 \cdot 2^{sm}$ zurückzulegen hätte, worauf man über den Kurs $O \ ^3/_4 \ S$, unter Zurücklegung der angenommenen Distanz von 250^{sm} den Bestimmungsort genau anlaufen kann.

Dadurch, dass es nicht möglich ist den Kurs E zu steuern, und man den Bestimmungsort unter Einhaltung der Kurse ε und $\varepsilon,$ zu erreichen trachtet, verliert das Schiff immerhin noch an Weg. Denn $d + d,$ ist im Allgemeinen grösser als D, und zwar beträgt die Differenz in diesem Falle $20 \cdot 7^{sm}$. Auf einem Dampfer hat man sich aber möglichst zu bemühen an Weg zu ersparen, daher man für ε und $\varepsilon,$ jene Kurslinien wählen würde, deren Richtungsunterschied einem geraden Winkel am nächsten liegt. Dies träfe mit ausreichender Genauigkeit für jenen Punkt der zu verschiebenden Kurslinie zu, dessen Länge $\lambda_n = \frac{\lambda + \lambda,,}{2}$ ist. Unter dieser, die Lösung des Problemes verbessernden Voraussetzung wäre aber die vom ursprünglichen Abfahrtspunkte aus zu berücksichtigende Distanz nicht mehr willkürlich anzunehmen, sondern durch die Kenntniss von λ_n bereits bestimmt. Es würde sich daher bei Beginn der Rechnung nicht mehr darum handeln φ_n und λ_n aufzufinden, sondern φ_n und d.

$$\left(\Delta\omega = \frac{\Delta\lambda}{\operatorname{tg} \varepsilon} \text{ und } d = \frac{\Delta\varphi}{\cos \varepsilon} \right)$$

Hierauf hätte man so wie früher aus φ_n λ_n und $\varphi_{,,}$ $\lambda_{,,}$ d, und ε, festzustellen.

Die sichere Führung des Schiffes lässt es jedoch am annehmbarsten erscheinen, die verschobene Kurslinie möglichst rasch zu erreichen. Je geringer die Distanz des ursprünglichen Abfahrtsortes vom verbesserten ist, um so genauer lässt sich die Ankunft an letzterem, also der Ort des Kurswechsels ermitteln, und umso weniger ist man auch der Gefahr ausgesetzt, bei der Bestimmung von ε, ähnlichen Übelständen zu begegnen, als es bei der Rechnung von E der Fall war.

Das lohnendste Bemühen nach dieser Richtung wäre es jedenfalls $d = D$ anzunehmen, und auf Grundlage dieser Annahme φ_n, λ_n, d, und ε, festzustellen. d, bezeichnete sodann nahezu die Anzahl Seemeilen, um welche die über den steuerbaren Viertelstrich weisende Kurslinie verschoben wurde, daher auch nahezu den unterlaufenden Fehler und den kürzesten Weg zur Erreichung des verbesserten Abfahrtspunktes. Ferners verbindet sich hiemit der wichtige Vortheil, dass d, stets so klein erscheinen wird, um bei Kursen, welche nahe bei Nord, oder nahe bei Süd liegen, zu keinerlei Correction gezwungen zu sein, und dass für das Schiff aus dieser werthvollen Annahme sehr nahe der geringste Verlust an Weg und Zeit resultirt.

Das Beispiel müsste sich also folgend gestalten:

$$\varphi = 36^\circ\ 5'\ N$$
$$\lambda = 32\ \ 4\ \ O$$
$$\varepsilon = N + 86^\circ\ 26'$$
$$d = D = 397 \cdot 5^{sm}$$
$$\Delta\varphi = d \cos \varepsilon$$
$$\Delta\lambda = \Delta\omega \operatorname{tg} \varepsilon.$$

$$\log d = 2 \cdot 59934$$
$$\log \cos \varepsilon = 8 \cdot 79386$$
$$\log \Delta\varphi = 1 \cdot 39320$$
$$\Delta\varphi = 24 \cdot 7'$$

$$\varphi = 36^\circ\ \ 5'$$
$$\Delta\varphi = 0\ \ 24 \cdot 7$$
$$\varphi_n = 36\ \ 29 \cdot 7$$

$$\omega = 2324 \cdot 2$$
$$\omega_n = 2353 \cdot 9$$
$$\Delta\omega = 29 \cdot 7$$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

$$\begin{aligned} \log \Delta\omega &= 1{\cdot}47276 \\ \log \operatorname{tg} \varepsilon &= 1{\cdot}20530 \\ \log \Delta\lambda &= 2{\cdot}67806 \\ \Delta\lambda &= 476{\cdot}5' = 7^\circ\ 56{\cdot}5' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lambda &= 32^\circ\ 4' \\ \Delta\lambda &= +\ 7\ 56{\cdot}5 \\ \lambda_n &= 40^\circ\ 0{\cdot}5 \end{aligned}$$

Zur Rechnung von ε, und d, erhält man mithin aus $\varphi_n\ \lambda_n$ und $\varphi_{,,}\ \lambda_{,,}$ nach den Gleichungen

$$\operatorname{tg} \varepsilon_, = \frac{\Delta\lambda}{\Delta\omega} \text{ und}$$

$$d_, = \frac{\Delta\varphi}{\cos \varepsilon_,}$$

$$\begin{aligned} \lambda_n &= 40^\circ\ 0{\cdot}5' \\ \lambda_{,,} &= 40\ 8{\cdot}0 \\ \Delta\lambda &= 0\ 7{\cdot}5' \\ \varphi_n &= 46^\circ\ 29{\cdot}7' \\ \varphi_{,,} &= 36^\circ\ 20{\cdot}0 \\ \Delta\varphi &= 0\ 9{\cdot}7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega_n &= 2354{\cdot}8 \\ \omega_{,,} &= 2342{\cdot}8 \\ \Delta\omega &= 12{\cdot}0 \\ \log \Delta\lambda &= 0{\cdot}87506 \\ \log \Delta\omega &= 1{\cdot}07918 \\ \log \operatorname{tg} \varepsilon_, &= 9{\cdot}79588 \\ &= 32^\circ\ 0' \end{aligned}$$

Weil $\varphi_n > \varphi_{,,}$ hat man diesen Kurs von Süd nach Ost zu zählen. Daher:

Wahrer Kurs	$= S - 32^\circ\ 0'$
Declination der Magnetnadel	$= (\mp)\ 14\ 0$
Magnetischer Kurs	$= S - 18^\circ\ 0'$
Hiefür die Local-Attraction	$= (\mp)\ 2^\circ$
Kompasskurs	$= S - 16^\circ\ 0$
	$= S\,z\,O\,{}^1/_2\,O$

©Akademie d. Wissenschaften Wien; download unter www.biologiezentrum.at

Ferner zur Rechnung von $d_,$:

$$\begin{aligned} \log \Delta \varphi &= 0{\cdot}98677 \\ \log \cos \varepsilon_, &= 9{\cdot}92842 \\ \log d_, &= 1{\cdot}05835 \\ d_, &= 11{\cdot}4^{sm} \end{aligned}$$

Der Dampfer hätte also zuerst vom ursprünglichen Abfahrtsorte aus im Kompasskurse $Sz\,O\,{}^1/_2\,O$ $11{\cdot}4^{sm}$ zu durchlaufen, worauf er im Kompasskurse $O\,{}^3/_4\,S$ den $397{\cdot}5^{sm}$ entfernten Bestimmungsort genau vor den Bug bekommt.

In dieser letzten Fassung rührt das vorliegende Beispiel von einem Versuche her, welchen ich zur Erprobung des Problemes Anfangs December 1884 zwischen den Feuern von Gozo und Kap Matapan mit dem zutreffendsten Erfolge unternommen habe.

Man versichert sich daher durch diesen Vorgang im wahren Sinne selbst der Bogenminute des Kompasses, obwohl dieselbe weder anschaulich gemacht, noch gesteuert werden kann, hiebei die Kurse auf den bequemen Viertelstrich beziehend.

Aus allem Vorstehenden ist zu bemerken, dass auch eine graphische Lösung der Aufgabe ermöglicht ist. Man verbindet nämlich den Abfahrtsort mit dem Bestimmungsorte durch eine gerade Linie, deren Richtung gegen den Meridian des Abfahrtsortes der wahre Kurs (E) ist, welcher zwischen denselben einzuhalten wäre, wenn die in den Karten verzeichneten Windrosen rechtweisende, und der magnetische, wenn die Windrosen missweisende sind. Ist hierauf der entfallende Kompasskurs und dessen nicht steuerbarer Winkelunterschied mit dem nächsten Viertelstriche festgestellt, so trägt man vom Abfahrtsorte eine zweite Kurslinie auf, welche um diesen nicht steuerbaren Winkelunterschied von der ersteren abweicht. Auf dieser zweiten Linie misst man sodann d ab, wodurch der Punkt $\varphi_n\ \lambda_n$ gefunden wird. Verbindet man hierauf $\varphi_n\ \lambda_n$ mit $\varphi_{,,}\ \lambda_{,,}$ wieder durch eine gerade Linie, so gibt dieselbe die Richtung $\varepsilon_,$ und den Weg $d_,$ jenes Kurses an, welcher vom ursprünglichen Abfahrtsorte aus gesteuert werden muss, um den verbesserten zu erreichen. Dieser Hilfskurs ist natürlich auch, wie früher gezeigt wurde, in den entsprechenden Kompasskurs zu verwandeln.